4 Combinaciones

Número de subgrupos de 1, 2, 3, etc. elementos que se pueden formar con los "n" elementos de una muestra. Cada subgrupo se diferencia del resto en los elementos que lo componen, sin que influya el orden.

Ejercicio 1. ¿Combinaciones de 2 elementos con los números 1, 2 y 3?

Se pueden formar 3 parejas distintas: (1,2), (1,3) y (2,3). En el cálculo de combinaciones las parejas (1,2) y (2,1) se consideran idénticas, por lo que sólo se cuentan una vez.

Ejercicio 2. ¿Combinaciones de 10 elementos en subgrupos de 4 elementos?

Resolver el problema para 10 elementos escribiendo la lista de posibles combinaciones para luego contarlas puede ser un duro trabajo. Para ello existe una fórmula que podemos aplicar fácilmente para conocer el número de combinaciones posibles.

$$C_{m,n}=\frac{m!}{n!(m-n)!}$$

Aplicando la fórmula en el Ejercicio 2:

$$C_{10,4}=\frac{10!}{4!(10-4)!}=210$$

Existen 210 formas diferentes de combinar 10 elementos en subgrupos de 4 elementos.

Un caso práctico: "¡Trabajo en equipo!"

¿Cuántos grupos diferentes de 4 personas podemos formar en una clase con 29 alumnos?

Observa que:

- **SÍ hay subgrupos**, de un tamaño de 5 personas.
- **NO importa el orden**. El grupo que se forma es exactamente el mismo, independientemente del orden en que coloquemos a las personas que lo componen.
- **NO existe repetición**. Es obvio que no podemos repetir ningún elemento, es decir, una persona no puede aparecer dos veces en el grupo.

Se trata por tanto de un problema de combinaciones de 29 elementos tomados de 4 en 4.

$$C_{29,4}=\frac{29!}{4!(29-4)!}=23751$$

Solución:
En una clase con 29 alumnos, se pueden organizar 23751 equipos de trabajo diferentes formados por 4 personas.

5 Variaciones

Calcula el número de subgrupos de 1, 2, 3, etc. elementos que se pueden establecer con los "n" elementos de una muestra.

Cada subgrupo se diferencia del resto en los elementos que lo componen o en el orden de dichos elementos (lo que lo diferencia de las combinaciones).

Ejercicio 1. Variaciones de 2 elementos que se pueden establecer con los números 1 ,2 y 3.

Ahora tendríamos 6 posibles parejas: (1,2), (1,3), (2,1), (2,3), (3,1), y (3,2)

Ejercicio 2. Variaciones 10 elementos (1,2,3,4,5,6,7,8,9,0) en subgrupos de 4 elementos.

Resolver el problema para 10 elementos escribiendo la lista de posibles variaciones para luego contarlas sigue siendo una dura tarea. Para ello existe una fórmula que podemos aplicar fácilmente para conocer el número de variaciones posibles.

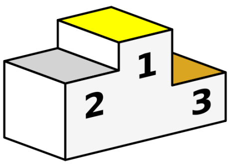
$$V_{m,n}=\frac{m!}{(m-n)!}$$

Aplicando la fórmula en el Ejercicio 2:

$$V_{10,4}=\frac{10!}{(10-4)!}=5040$$

Un ejemplo práctico: "Oro, plata y bronce."

¿Cuántas clasificaciones diferentes (oro, plata y bronce) puede haber después de una prueba de 100 m. con 8 corredores?



Observa que:

- **SÍ hay subgrupos**, de un tamaño de 3 personas.
- **SÍ importa el orden**. No es la misma clasificación si llegan los corredores de las calles 3,4 y 7 en este orden, que si llegan los mismos corredores en otro orden.
- **NO existe repetición**. Es obvio que no podemos repetir ningún elemento, es decir, un corredor no puede llegar en dos calles al mismo tiempo.

Se trata por tanto de un problema de **variaciones** de 8 elementos tomados de 3 en 3.

$$V_{8,3}=\frac{8!}{(8-3)!}=336$$

Solución:
En una competición de 8 corredores, hay 336 formas diferentes de hacer podio.

6 Permutaciones

Imaginemos que queremos calcular las posibles agrupaciones que se pueden establecer con todos los elementos de un grupo, cuando lo único que diferencia a cada subgrupo del resto es el orden de los elementos.

Ejemplo 1. Calcular las formas en que se pueden ordenar los números 1, 2 y 3.

Hay 6 posibles agrupaciones: (1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2) y (3, 2, 1).

Ejemplo 2. Calcular las formas en que se pueden ordenar 10 elementos.

Con este segundo ejemplo el problema se complica, y de nuevo necesitamos una fórmula que facilite el cálculo y evite que tengamos que contar manualmente el número de posibles agrupaciones:

$$P_m = m!$$

Aplicando la fórmula en el Ejercicio 2:

$$P_{10} = 10! = 3628800$$

Un caso práctico: "La colección de libros"

¿Cuántas formas diferentes hay de organizar los 9 libros de una estantería?

Observa que:

- **NO hay subgrupos**. Se ordenan los 9 libros.
- **SI importa el orden**. No es la misma ordenación, por ejemplo, colocar los libros en orden alfabético ascendente (A-Z), que descendente (Z-A).
- **NO existe repetición**. Es obvio que no podemos repetir ningún elemento, es decir, el mismo libro no puede duplicarse en la estantería.

Se trata por tanto de un problema de permutaciones de 9 elementos.

$$P_9 = 9! = 362880$$

Permutaciones: un caso particular de las variaciones

Podemos observar, aplicando la fórmula de las variaciones, que las permutaciones no son sino un caso particular de las permutaciones. Para el ejemplo anterior:

$$V_{9,9} = \frac{9!}{(9-9)!} = \frac{9!}{0!} = \frac{9!}{1} = 9! = P_9$$

* Por definición: 0! = 1.

